

Поправни колоквијум из Геометрије 5, 27.05.2017.

1. У петодимензионом афиним простору $\mathcal{A}$ дати су афини потпростори $\Pi : x_1 - x_2 - x_5 + 1 = 0, 2x_1 + x_3 + x_5 - 3 = 0, 3x_2 - x_4 + 3x_5 - 5 = 0$ и $\Gamma : x_1 = 2 + t + s, x_2 = -1 - 2t, x_3 = -3s, x_4 = 4 - 2t + 3s, x_5 = 3 + s; t, s \in \mathbb{R}$.
 - (а) Одредити узајамни положај потпростора Π и Γ .
 - (б) Одредити једначину потпростора Σ најмање димензије који садржи Π , паралелан је са Γ и садржи тачку $M(1, 2, 1, 2, 0)$.
2. (а) Одредити тип и компоненте, у зависности од реалног параметра α , пресликавања $\psi = \mathcal{H}_{A,\alpha} \circ \mathcal{H}_{B,3}$ афине равни које представља композицију две хомотетије са различитим центрима A и B .
(б) Нека су p и q две праве у афиној равни које се секу у тачки A . Ако је σ_p афина симетрија у односу на праву p паралелно са q и σ_q афина симетрија у односу на праву q паралелно са p , доказати да је њихова композиција $\sigma = \sigma_p \circ \sigma_q$ централна симетрија у односу на тачку A .
3. У пројективној равни $\mathbb{RP}^2$ дате су праве $\Pi = \mathbb{P}(U)$ и $\Gamma = \mathbb{P}(W)$, где су векторске равни U и W дате својим једначинама $U : y = 0, W : y = z$, у односу на канонски репер векторског простора $\mathbb{R}^3$.
 - (а) Доказати да су $\Omega = [A, B, C]$ и $\Theta = [A, E, F]$ пројективни репери правих Π и Γ редом и одредити њихове адаптиране базе, уколико је $A[1 : 0 : 0], B[1 : 0 : 1], C[1 : 0 : 2], E[3 : 2 : 2], F[1 : 1 : 1]$.
 - (б) Одредити тачке D и G на правама Π и Γ редом такве да је $(ABCD) = (AEFG) = -1$, као и њихове хомогене и афине координате у односу на дате репере Ω и Θ .
 - (в) Доказати да су праве BE, CF, DG конкурентне. Уколико је S њихова пресечна тачка, одредити формуле перспективног пресликавања са центром S праве Π на праву Γ , у хомогеним и афиним координатама тако да је права AS бесконачно далека права.

Поправни колоквијум из Геометрије 5, 27.05.2017.

1. У петодимензионом афиним простору $\mathcal{A}$ дати су афини потпростори $\Pi : x_1 - x_2 - x_5 + 1 = 0, 2x_1 + x_3 + x_5 - 3 = 0, 3x_2 - x_4 + 3x_5 - 5 = 0$ и $\Gamma : x_1 = 2 + t + s, x_2 = -1 - 2t, x_3 = -3s, x_4 = 4 - 2t + 3s, x_5 = 3 + s; t, s \in \mathbb{R}$.
 - (а) Одредити узајамни положај потпростора Π и Γ .
 - (б) Одредити једначину потпростора Σ најмање димензије који садржи Π , паралелан је са Γ и садржи тачку $M(1, 2, 1, 2, 0)$.
2. (а) Одредити тип и компоненте, у зависности од реалног параметра α , пресликавања $\psi = \mathcal{H}_{A,\alpha} \circ \mathcal{H}_{B,3}$ афине равни које представља композицију две хомотетије са различитим центрима A и B .
(б) Нека су p и q две праве у афиној равни које се секу у тачки A . Ако је σ_p афина симетрија у односу на праву p паралелно са q и σ_q афина симетрија у односу на праву q паралелно са p , доказати да је њихова композиција $\sigma = \sigma_p \circ \sigma_q$ централна симетрија у односу на тачку A .
3. У пројективној равни $\mathbb{RP}^2$ дате су праве $\Pi = \mathbb{P}(U)$ и $\Gamma = \mathbb{P}(W)$, где су векторске равни U и W дате својим једначинама $U : y = 0, W : y = z$, у односу на канонски репер векторског простора $\mathbb{R}^3$.
 - (а) Доказати да су $\Omega = [A, B, C]$ и $\Theta = [A, E, F]$ пројективни репери правих Π и Γ редом и одредити њихове адаптиране базе, уколико је $A[1 : 0 : 0], B[1 : 0 : 1], C[1 : 0 : 2], E[3 : 2 : 2], F[1 : 1 : 1]$.
 - (б) Одредити тачке D и G на правама Π и Γ редом такве да је $(ABCD) = (AEFG) = -1$, као и њихове хомогене и афине координате у односу на дате репере Ω и Θ .
 - (в) Доказати да су праве BE, CF, DG конкурентне. Уколико је S њихова пресечна тачка, одредити формуле перспективног пресликавања са центром S праве Π на праву Γ , у хомогеним и афиним координатама тако да је права AS бесконачно далека права.